Extended Kalman Filter Localization

구분되는 천정 랜드마크를 이용한 EKF 위치인식

KITECH 양광웅 작성

하기소닉에서 만든 스타게이저나 EvolutionRobotics 사의 NorthStar와 같은 센서는 천정에 서로 구분되는 랜드마크를 만들고 카메라로부터 이 랜드마크를 인식 함으로 로봇의 위치를 상대적으로 알 수 있게 한다. 이때, 천정의 랜드마크 정보와 좌우 바퀴의 오도메트리 정보를 읽을 수 있다면, 이 둘을 EKF로 융합함으로 로봇의 위치인식 성능을 높일 수 있다.

변수 정의

상태 벡터 $\mathbf{x}$ 는 로봇의 위치와 자세를 가지며, $\mathbf{P}$ 는 상태 벡터의 공분산 행렬이다.

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x & y & \theta \end{bmatrix}^T$$

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{x\theta} \\ \sigma_{xy} & \sigma_{yy} & \sigma_{y\theta} \\ \sigma_{x\theta} & \sigma_{y\theta} & \sigma_{\theta\theta} \end{bmatrix}$$

Robot position prediction

Motion Model

로봇이 이동한 위치를 추정하기 위한 모션 모델은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{x}}_k^- &= f(\hat{\mathbf{x}}_{k-1},\ \mathbf{u}_{k-1}) \\ &= \hat{\mathbf{x}}_{k-1} + \begin{bmatrix} \Delta s \cos(\theta + \Delta\theta / 2) \\ \Delta s \sin(\theta + \Delta\theta / 2) \\ \Delta\theta \end{bmatrix} \\ &= \hat{\mathbf{x}}_{k-1} + \begin{bmatrix} \dfrac{\Delta s_r + \Delta s_l}{2} \cos(\theta + \dfrac{\Delta s_r - \Delta s_l}{2b}) \\ \dfrac{\Delta s_r + \Delta s_l}{2} \sin(\theta + \dfrac{\Delta s_r - \Delta s_l}{2b}) \\ \dfrac{\Delta s_r - \Delta s_l}{b} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\Delta\theta = \frac{\Delta s_r - \Delta s_l}{b},$$
$$\Delta s = \frac{\Delta s_r + \Delta s_l}{2}.$$

여기서 $\hat{\mathbf{x}}_{k-1} = \begin{bmatrix} x & y & \theta \end{bmatrix}^T$ 는 로봇의 이전상태($k-1$) 추정 위치이고, $\mathbf{u}_{k-1} = \begin{bmatrix} \Delta s_r & \Delta s_l \end{bmatrix}^T$ 은 마지막 셈플링 기간동온 오른쪽 바퀴와 왼쪽 바퀴가 각각 회전하여 이동한 양이다. b 는 차동바퀴형 로봇의 좌우 바퀴간의 거리다.

Covariance Matrix

로봇의 이동에 대한 공분산은 다음과 같은 관계식으로 구한다.

$$\mathbf{P}_k^- = \mathbf{A}_k \mathbf{P}_{k-1} \mathbf{A}_k^T + \mathbf{W}_k \mathbf{Q}_{k-1} \mathbf{W}_k^T$$

$$\mathbf{A}_k = \left.\frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}}\right|_{\mathbf{x}=\hat{\mathbf{x}}_{k-1},\ \mathbf{u}=u_{k-1}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} & \frac{\partial f}{\partial y} & \frac{\partial f}{\partial \theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\Delta s \sin(\theta + \Delta\theta/2) \\ 0 & 1 & \Delta s \cos(\theta + \Delta\theta/2) \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{W}_k = \left.\frac{\partial f}{\partial \mathbf{u}}\right|_{\mathbf{x}=\hat{\mathbf{x}}_{k-1},\ \mathbf{u}=u_{k-1}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\Delta s_r} & \frac{\partial f}{\Delta s_l} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}\cos\left(\theta + \frac{\Delta\theta}{2}\right) - \frac{\Delta s}{2b}\sin\left(\theta + \frac{\Delta\theta}{2}\right) & \frac{1}{2}\cos\left(\theta + \frac{\Delta\theta}{2}\right) + \frac{\Delta s}{2b}\sin\left(\theta + \frac{\Delta\theta}{2}\right) \\ \frac{1}{2}\sin\left(\theta + \frac{\Delta\theta}{2}\right) + \frac{\Delta s}{2b}\cos\left(\theta + \frac{\Delta\theta}{2}\right) & \frac{1}{2}\sin\left(\theta + \frac{\Delta\theta}{2}\right) - \frac{\Delta s}{2b}\cos\left(\theta + \frac{\Delta\theta}{2}\right) \\ \frac{1}{b} & -\frac{1}{b} \end{bmatrix}$$

좌우 바퀴의 이동량에 대한 공분산 행렬은 다음과 같다.

$$\mathbf{Q}_{k-1} = \begin{bmatrix} k_r |\Delta s_r| & 0 \\ 0 & k_l |\Delta s_l| \end{bmatrix}$$

여기서 k_r, k_l 은 좌우 바퀴의 에러 상수다.

Robot position Update

위치측정 센서인 StarGazer를 이용하여 측정한 위치 $\mathbf{z}_k$ 와 공분산 $\mathbf{R}_k$ 은 다음과 같으며, 로봇 좌표계(R)를 기준으로 하고있다. 센서는 로봇 좌표계의 원점에 설치되었다고 가정한다.

$$\mathbf{z}_k = {}^R\begin{bmatrix} x_m & y_m & z_m \end{bmatrix}^T$$

$$\mathbf{R}_k = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{zz} \end{bmatrix}$$

Measurement prediction

센서의 측정 모델은 다음과 같다.

$$h(\hat{\mathbf{x}}_k^-) = \begin{bmatrix} \hat{x}_k^- \\ \hat{y}_k^- \\ z_s \end{bmatrix}$$

여기서 z_s 는 센서가 설치된 높이의 상수 값이다.

식 h 의 $\hat{\mathbf{x}}_k^-$ 에 대한 자코비안은 다음과 같다.

$$\mathbf{H}_k = \left.\frac{\partial h}{\partial \mathbf{x}}\right|_{\mathbf{x}=\hat{\mathbf{x}}_k^-} = \begin{bmatrix} \frac{\partial h}{\partial x} & \frac{\partial h}{\partial y} & \frac{\partial h}{\partial \theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Estimation

위 행렬들로부터 칼만 게인을 계산한다.

$$\mathbf{S}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k$$

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}_k^T \mathbf{S}_k^{-1}$$

이제 로봇의 추정 위치와 공분산을 다음 관계식으로 보정한다.

$$\underline{\hat{\mathbf{x}}_k = \hat{\mathbf{x}}_k^- + \mathbf{K}_k \left(\mathbf{z}_k - h(\hat{\mathbf{x}}_k^-)\right)}$$

$$\underline{\mathbf{P}_k = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k)\mathbf{P}_k^-}$$