1차 상보 필터와 쿼터니언으로 ARS 설계

KITECH 양광웅 작성

로봇의 자세를 측정하기 위해 1차 상보 필터(Complementary Filter)와 쿼터니언(Quaternion)으로 ARS(Attitude Reference System)를 설계한다. 3차원 자이로 센서와 가속도 센서에서 측정한 각도를 1차 상보 필터로 융합하여 각도를 계산한다.

1차 상보필터 설계

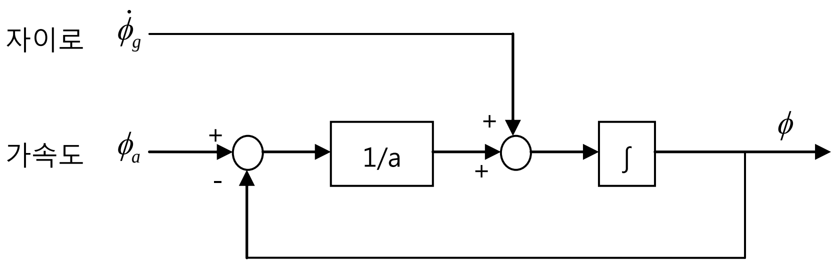
자이로 센서는 바이어스가 있지만 각도의 변화에 민감하게 반응하기 때문에 high pass filter를 사용하고, 가속도 센서에서 측정한 각도는 센서에 작용하는 외력에 의해 쉽게 영향을 받기 때문에 low pass filter를 사용한다.

$$\phi = \underbrace{\frac{as}{as+1}}_{\text{고역통과필터}} \left(\frac{1}{s}\dot{\phi}_g\right) + \underbrace{\frac{1}{as+1}}_{\text{저역통과필터}} \phi_a$$

여기서 $\dot{\phi}_g$ 는 자이로 센서 값에서 바이어스를 제거한 값이고, ϕ_a 는 가속도 센서로부터 측정한 각도다. 위 식을 다시 쓰면,

$$\phi = \frac{1}{s}\left(\dot{\phi}_g + \frac{1}{a}\left(\phi_a - \phi\right)\right)$$

이다. 블록 다이어그램으로 그리면 다음과 같다.



블록 다이어그램을 살펴보면, 가속도 센서로부터 측정한 각도(ϕ_a)는 센서의 예측 각도(ϕ)와의 차를 이득 1/a를 곱하여 ϕ에 적분한다. 그리고 차이로 센서로부터 측정한 각속도($\dot{\phi}_g$)는 ϕ에 그대로 적분한다. 여기서 주의할 점은, $\dot{\phi}_g$ 는 센서 좌표계를 기준으로 하는 각속도값이고, ϕ_a 는 전역 좌표계를 기준으로 하는 각도값이라는 점이다. 이 때문에 적분하는 방법에 차이가 있다.

3차원 공간에서 센서의 자세각을 다루기 위하여 쿼터니언(Quaternion)을 사용한다. 오일러각에 비

해 쿼터니언은 각도의 합과 차를 쉽게 계산할 수 있기때문이다.

쿼터니언 요약

쿼터니언을 스칼라 부분인 η 와 벡터 부분인 $\boldsymbol{\varepsilon}$ 로 표시할 때 다음과 같이 표시할 수 있으며, 쿼터니언의 역 Q^{-1} 은 벡터 부분인 $\boldsymbol{\varepsilon}$ 의 부호를 바꿈으로 구할 수 있다.

$$\mathbf{Q} = \{\eta, \boldsymbol{\varepsilon}\} = \{\eta, \varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z\},$$
$$\mathbf{Q}^{-1} = \{\eta, -\boldsymbol{\varepsilon}\}$$

위 식에서 쿼터니언의 곱은 다음과 같이 계산한다.

$$\mathbf{Q}_1 * \mathbf{Q}_2 = \{\eta_1\eta_2 - \boldsymbol{\varepsilon}_1^T\boldsymbol{\varepsilon}_2, \eta_1\boldsymbol{\varepsilon}_2 + \eta_2\boldsymbol{\varepsilon}_1 + \boldsymbol{\varepsilon}_1 \times \boldsymbol{\varepsilon}_2\}$$

오일러각 ϕ, θ, ψ 로 쿼터니언을 다음과 같이 계산한다.

$$Quaternion(\phi, \theta, \psi) = \mathbf{Q}_Z(\phi) * \mathbf{Q}_Y(\theta) * \mathbf{Q}_X(\psi)$$

$$\mathbf{Q}_Z(\phi) = \{\cos(\phi/2), 0, 0, \sin(\phi/2)\},$$
$$\mathbf{Q}_Y(\theta) = \{\cos(\theta/2), 0, \sin(\theta/2), 0\},$$
$$\mathbf{Q}_X(\psi) = \{\cos(\psi/2), \sin(\psi/2), 0, 0\}.$$

벡터 $\mathbf{v}$ 와 회전각 α 로 쿼터니언을 다음과 같이 계산한다.

$$Quaternion(\alpha, \mathbf{v}) = \{\cos\frac{\alpha}{2}, \sin\frac{\alpha}{2}\frac{\mathbf{v}}{\|\mathbf{v}\|}\}$$

필터 구현

다음은 자이로 센서로부터 각속도 $\boldsymbol{\omega} = (\omega_x, \omega_y, \omega_z)$ 를 측정하고, 가속도 센서로부터 가속도 $\mathbf{a} = (a_x, a_y, a_z)$ 를 측정하여 센서의 자세각을 계산하는 과정이다.

자이로 센서의 바이어스 값

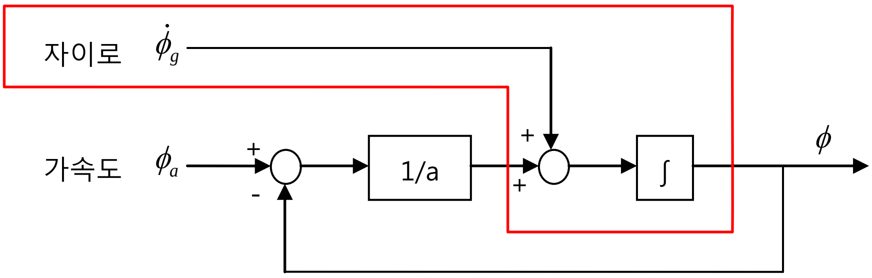
이상적인 자이로 센서는 움직이지 않을 때 0을 출력하여야 하나, 대부분의 실제 센서가 0이 아닌 바이어스 된 값을 출력한다. 그래서 센서에서 측정된 값으로부터 바이어스 된 값을 제거해야할 필요가 있다. 다음 과정은 low pass 필터와 같은 역할을 하도록 측정되는 신호들의 평균을 구하는 과정이다.

$$\boldsymbol{\omega}_m := \frac{n\boldsymbol{\omega}_m + \boldsymbol{\omega}}{n+1}$$

n은 평균을 낸 횟수이며, 어떠한 값 이상으로 커지지 않도록 제한하여야 한다. 즉, n이 특정 값에 도달하기 전까지는 평균을 낼 때마다 1씩 증가하다가, 특정 값에 도달하면 고정된 값을 사용하도록 한다.

각속도의 적분

각속도의 적분 과정은 블록 다이어그램에서 붉은색 박스로 표시한 부분이다.



먼저 자이로 센서로부터 측정한 각속도 $\boldsymbol{\omega}$와 $\boldsymbol{\omega}$의 평균 $\boldsymbol{\omega}_m$ 간의 차를 계산함으로 자이로 센서의 바이어스를 제거한 각속도 $\Delta\phi_g$를 계산한다. Δt는 각속도 센서의 데이터 측정 주기다.

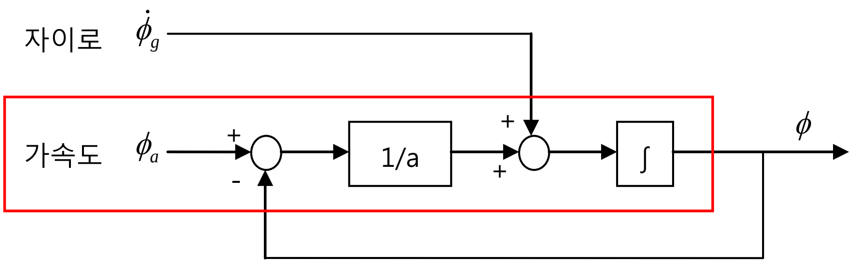
$$\Delta\phi_g = (\Delta\phi, \Delta\theta, \Delta\psi) = (\boldsymbol{\omega} - \boldsymbol{\omega}_m)\Delta t$$

쿼터니언 $\mathbf{Q}$는 현재의 센서 자세각을 담고있는 변수다. 자이로 센서로부터 각속도를 읽어 $\mathbf{Q}$에다가 각속도를 적분하여야 한다.

$$\mathbf{Q} \leftarrow \mathbf{Q} * Quaternion(\Delta\phi, \Delta\theta, \Delta\psi)$$

중력 가속도로 자세각 보정

중력 가속도로 자세각을 보정하는 과정은 블록 다이어그램에서 붉은색 박스로 표시한 부분이다.



중력가속도는 항상 지구 중심으로 향하기 때문에 가속도 센서에 다른 힘이 작용하지 않을 경우 $\mathbf{g} = (0, 0, -9.81)$가 측정된다. 가속도 센서에서 측정한 가속도와 중력가속도를 비교함으로 $\mathbf{R}$를 보정할 수 있다. 하지만 이러한 조건은 가속도 센서에 작용하는 힘이 오직 중력만 있을 때 가능

하다. 중력가속도와 이러한 힘을 분리하여 측정할 수 없기 때문에, 중력가속도 외 다른 힘이 작용하고 있는 조건은 $\|\mathbf{a}\| \approx \|\mathbf{g}\|$ 인지 확인해 보는 것이 제일 간단한 방법이다.

먼저, 가속도 센서의 측정값을 쿼터니언으로 변환한다.

$$\mathbf{Q}_a = \{0, \mathbf{a}\}$$

센서 좌표계를 기준으로 한 값 $\mathbf{Q}_a$ 를 전역 좌표계 기준으로 변환한다. 이 때, 각속도를 적분하고 있는 $\mathbf{Q}$ 를 사용하여 다음과 같이 변환한다.

$$\mathbf{Q}_g = \mathbf{Q} * \mathbf{Q}_a * \mathbf{Q}^{-1}$$

다음 과정은 $\mathbf{Q}_g$ 가 중력가속도와 틀어진 각도와 회전 축을 계산한다.
먼저 회전 축을 계산한다.

$$\mathbf{n}_g = \mathbf{Q}_g.\mathbf{v} \times (0, 0, -1)$$

위 식에서 $\mathbf{Q}_g.\mathbf{v}$ 는 $\mathbf{Q}_g$ 의 벡터 부분인 $(\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z)$ 를 의미한다.
$\mathbf{Q}_g$ 가 중력가속도와 틀어진 각도를 계산한다.

$$\phi_a = \sin^{-1}\left(\frac{\|\mathbf{n}_g\|}{\|\mathbf{Q}_g.\mathbf{v}\|} \right)$$

이제 ϕ_a 에 이득 K_a 을 곱하여 $\mathbf{Q}$ 에 오차를 보정한다

$$\mathbf{Q} \leftarrow Quaternion(K_a \phi_a, n_g) * \mathbf{Q}$$

위 식에서 계산한 오차를 $\mathbf{Q}$ 의 앞부분에 곱해주는데, 이는 오차를 전역좌표공간에서 계산했기 때문이다.

K_a 는 중력으로 찾은 각도의 오차를 업데이트하는 비율(이득)이다. 중력벡터의 크기가 1g 근처일 때 이득이 커야하고 1g에서 멀어질수록 이득이 적어야 한다. 그래서 이득을 다음과 같이 계산하도록 하였다.

$$K_a = \frac{1}{a} = 0.1 \frac{1}{1 + 100(\| \mathbf{n}_g \| - 1)^2}$$